



ESEMPI APPLICATIVI DI VALUTAZIONE DELL'INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

INDICE

parte	sezione	pagina
1.	Misurazione di una corrente continua con amperometro analogico	2
2.	Misurazione di una tensione alternata con voltmetro numerale	3
3.	Misurazione di resistenza con il metodo voltamperometrico	3
4.	Misurazioni di resistenza ripetute sullo stesso oggetto	5
5.	Misurazione di una tensione impulsiva di valore elevato	6
6.	Misurazione di potenza con riporto in funzione della tensione	8
7.	Misurazione di corrente con trasformatore di corrente	9
8.	Misurazione di potenza monofase su circuito fortemente induttivo con trasformatore di corrente (1)	10
9.	Misurazione di potenza su circuito fortemente induttivo con trasformatore di corrente (2)	13
10.	Misurazione di campo elettrico irradiato a frequenze tra 30 MHz e 200 MHz	14
11.	La temperatura come grandezza di influenza	15

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

1. Misurazione di una corrente continua con amperometro analogico

Si vuole determinare l'incertezza tipo da attribuire al risultato della misurazione di una corrente continua effettuata con una sola lettura per mezzo di uno strumento analogico. Le caratteristiche dello strumento usato sono quelle riportate nella tabella seguente:

Caratteristiche dell'amperometro

Tipo	magnetoelettrico
Portata	2 A
Classe	1
Fondo scala	100 divisioni

La lettura è stata pari a 88,5 divisioni, corrispondenti a 1,770 A.

Si stabilisce di esprimere l'incertezza del risultato in termini di sola incertezza strumentale non essendo d'interesse la variabilità del misurando.

In base all'indice di classe e alla portata dello strumento, si può determinare il massimo scostamento assoluto in tutti i punti della scala (a), che è dato da:

$$a = \frac{I \cdot S}{100} = \frac{1 \cdot 2}{100} = 0,02 \text{ A}$$

essendo:

- I : la classe dello strumento;
- S : il valore di fondo scala in unità fisiche.

L'incertezza tipo assoluta ($u(I)$) può essere allora valutata con le regole indicate al punto B.2.1:

$$u(I) = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0,02}{\sqrt{3}} = 0,012 \text{ A}$$

L'incertezza tipo relativa ($\dot{u}(I)$) è invece la seguente:

$$\dot{u}(I) = \frac{u(I)}{I} = \frac{0,012}{1,770} = 0,0068 \text{ p.u. (0,68 \%)}$$

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

2. Misurazione di una tensione alternata con voltmetro numerale

Si vuole determinare l'incertezza tipo da attribuire al risultato della misurazione di una tensione alternata sinusoidale effettuata con una sola lettura per mezzo di uno strumento numerale.

Le caratteristiche dello strumento usato sono quelle riportate nella tabella seguente:

Caratteristiche del voltmetro

Tipo	numerale
Accuratezza	0,5% della lettura ; 10 counts ; 0,10 V
Portata	100 V
Digits	4

La lettura è stata pari a 82,75, corrispondente a 82,75 V.

Si stabilisce di esprimere solamente l'incertezza strumentale, non essendo d'interesse la variabilità del misurando.

L'incertezza relativa può essere valutata in conformità a quanto illustrato nel documento principale ed alle caratteristiche dello strumento come indicato nella tabella seguente, assumendo per i simboli il significato dato nel punto sopra citato.

Incetnze relative del voltmetro

Termine	Valore
\dot{u}'	$\frac{0,5}{100 \cdot \sqrt{3}} = 2,89 \cdot 10^{-3}$ p. u.
\dot{u}''	$\frac{0,10}{82,75 \sqrt{3}} = 0,70 \cdot 10^{-3}$ p. u.
\dot{u}'''	$\frac{0,10}{82,75 \cdot \sqrt{3}} = 0,70 \cdot 10^{-3}$ p. u.

L'incertezza tipo dello strumento relativa ($\dot{u}(V)$) è quindi:

$$\dot{u}(V) = \sqrt{\dot{u}'^2 + \dot{u}''^2 + \dot{u}'''^2} = \sqrt{(2,89^2 + 0,70^2 + 0,70^2) \cdot 10^{-6}} = 3,05 \cdot 10^{-3} \text{ p.u. (0,31\%)}$$

L'incertezza tipo assoluta ($u(V)$) è invece:

$$u(V) = \dot{u}(V) \cdot V = 3,05 \cdot 82,75 \cdot 10^{-3} = 0,25 V$$

dove V è la tensione indicata dallo strumento.

Nota: L'espressione per calcolare $\dot{u}(V)$ potrebbe essere diversa da quella sopra indicata per cui si consiglia di consultare sempre i manuali degli strumenti.

3. Misurazione di resistenza con il metodo voltamperometrico

Si vuole valutare l'incertezza che grava sul risultato di una misurazione di resistenza effettuata con il metodo voltamperometrico.

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

Si supponga che le caratteristiche ricavate dai manuali del costruttore della strumentazione impiegata siano quelle riportate nelle tabelle seguenti:

Caratteristiche del voltmetro

Tipo	numerale
Accuratezza	0,5% della lettura ; 20 counts ; 0,00001 V
Portata	10 V
Digits	6

Caratteristiche dell'amperometro

Tipo	numerale
Accuratezza	1% della lettura ; 30 counts ; 0,0001 A
Portata	2 A
Digits	5

Si supponga inoltre che siano state effettuate due sole letture contemporanee (una di tensione e di una corrente) ottenendo i risultati riportati nella tabella seguente:

Letture strumentali

Tensione	8,54784 V
Corrente	1,9352 A

Il modello del misurando è il seguente:

$$R = \frac{V}{I}$$

La miglior stima del misurando è la seguente:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{8,5478}{1,9352} = 4,417 \Omega$$

Le incertezze tipo relative dei due strumenti può essere determinata con i criteri indicati al punto A.2.:

$$\dot{u}(V) = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.} \quad (0,29\%)$$

$$\dot{u}(I) = 5,77 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.} \quad (0,58\%)$$

In conformità a quanto riportato alla linea 8 delle Tabella 2 al punto 3.5, l'incertezza composta relativa strumentale risulta:

$$\dot{u}(R) = \sqrt{\dot{u}(V)^2 + \dot{u}(I)^2} = \sqrt{(2,89^2 + 5,77^2) \cdot 10^{-6}} = 6,45 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.} \quad (0,65\%)$$

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

Il valore dell'incertezza tipo assoluta è dato da:

$$u(R) = \dot{u}(R) \cdot R = 0,0065 \cdot 4,417 = 0,029 \Omega$$

Il passaggio all'incertezza estesa, assumendo $k=2$, è immediato sia per il valore relativo sia per quello assoluto:

$$\dot{U}(R) = k \cdot \dot{u}(R) = 2 \cdot 0,0065 = 1,30 \text{ p.u. (1,30\%)}$$

$$U(R) = k \cdot u(R) = 2 \cdot 0,029 = 0,058 \Omega$$

4. Misurazioni di resistenza ripetute sullo stesso oggetto

Si vuole determinare l'incertezza tipo da attribuire al risultato di una misurazione di resistenza effettuata con metodo e strumentazione d'incertezza trascurabile rispetto a quella legata alle condizioni di misurazione.

Sono state eseguite $n = 12$ misurazioni ottenendo i valori riportati nella tabella seguente:

n	R (Ω)
1	99,98
2	99,93
3	100,23
4	100,09
5	100,20
6	99,98
7	99,93
8	100,20
9	99,90
10	100,03
11	100,06
12	99,94

L'incertezza tipo può essere determinata con una valutazione di categoria A.

La miglior stima del misurando è data dal valore medio dei risultati delle misurazioni:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} = \frac{1200,47}{12} = 100,04 \Omega$$

Lo scarto tipo sperimentale si ottiene con la seguente espressione:

$$u(R) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2} = \sqrt{\frac{1}{11} (151,3 \cdot 10^{-3})} = 11,7 \cdot 10^{-2} \Omega$$

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

L'incertezza tipo assoluta (scarto tipo della media) si ricava dalla precedente:

$$u(\bar{R}) = \frac{u(R_i)}{\sqrt{n}} = \frac{11,7 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{n}} = 3,39 \cdot 10^{-2} \Omega$$

In valore relativo, l'incertezza tipo può essere determinato con la relazione:

$$u(\bar{R}) = \frac{u(\bar{R})}{\bar{R}} = \frac{3,39 \cdot 10^{-2}}{100,04} = 0,34 \cdot 10^{-3} p.u.$$

5. Misurazione di una tensione impulsiva di valore elevato

Si vuole valutare l'incertezza tipo che grava sul risultato della misurazione di una tensione impulsiva di manovra di valore elevato. La misurazione è stata effettuata utilizzando un divisore di tensione puramente capacitivo ed un oscilloscopio digitale.

Le caratteristiche del divisore di tensione e dell'oscilloscopio digitale erano le seguenti:

Caratteristiche del divisore di tensione

Condensatore di AT (C_1): - capacità nominale a 23 ± 5 °C - incertezza (a_1 , fattore di copertura $k=1$)	500 pF 0,5%
Condensatore di BT (C_2): - capacità nominale a (23 ± 5) °C - incertezza (a_2 , fattore di copertura $k=1$)	0,125 μ F 0,8%

Caratteristiche dell'oscilloscopio

Tipo	digitale
Accuratezza a 23 ± 5 °C	$a_A=1\%$ della lettura ; $a_F= 0,7$ V (offset)
Portata	100 V

Della grandezza da misurare è stata effettuata una sola lettura dell'ampiezza sullo schermo dell'oscilloscopio che è risultata pari a 72,5 V (valore di cresta).

La temperatura alla quale è stata effettuata la misurazione era di 25 °C e quindi nel campo di funzionamento normale della strumentazione usata, per cui la corrispondente grandezza di influenza ha potuto essere trascurata.

Non è stata ritenuta significativa la dispersione del misurando, per cui si è stabilito di esprimere l'incertezza attraverso le sole componenti dovute alla strumentazione.

Incetezza del divisore

Il fattore di scala del divisore (K) è dato da:

$$K = \frac{C_1 + C_2}{C_1} = 1 + \frac{C_2}{C_1} = 1 + \frac{0,1250 \cdot 10^{-6}}{0,000500 \cdot 10^{-6}} = 251,0$$

Le incertezze tipo relative percentuali corrispondono ai dati del problema in quanto questi ultimi sono dati con fattore di copertura $k=1$.

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

Per il calcolo dell'incertezza tipo del fattore di scala, si può ricorrere alla linea 8 della Tabella 1, tenendo presente che $\frac{C_2}{C_1} \geq 1$:

$$\dot{u}(K) = \sqrt{\dot{u}(C_1)^2 + \dot{u}(C_2)^2} = \sqrt{0,50^2 + 0,80^2} = 0,943 \%$$

L'incertezza tipo assoluta, riferita alla lettura dell'oscilloscopio (L):

$$u(K) = \frac{\dot{u}(K)}{100} \cdot L = \frac{0,943}{100} \cdot 72,5 = 0,684 \text{ V}$$

Incertezza dell'oscilloscopio digitale

Poiché la misurazione riguarda il solo valore di cresta, per il calcolo della incertezza si possono prendere in considerazione le sole componenti di ampiezza.

Per l'incertezza tipo relativa sulla lettura:

$$\dot{u}(D) = \frac{\dot{a}_A}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577 \%$$

Per l'incertezza tipo di a_F , il valore assoluto $u(F)$ e quello relativo $\dot{u}(F)$ sono:

$$u(F) = \frac{a_F}{\sqrt{3}} = \frac{0,70}{\sqrt{3}} = 0,405 \text{ V} \quad \dot{u}(F) = \frac{u(F)}{L} \cdot 100 = \frac{0,405}{72,5} \cdot 100 = 0,559 \%$$

L'incertezza tipo relativa attribuibile alla lettura dell'oscilloscopio ($\dot{u}(L)$) risulta quindi:

$$\dot{u}(L) = \sqrt{\dot{u}(D)^2 + \dot{u}(F)^2} = \sqrt{0,577^2 + 0,559^2} = 0,803 \%$$

Incertezza della tensione misurata

Il modello di misurazione da prendere in considerazione è il seguente:

$$Y = K \cdot L$$

Quindi, sulla base di quanto riportato alla linea 6 della tabella 1 del documento principale, l'incertezza composta relativa della misurazione (M) risulta:

$$\dot{u}(M) = \sqrt{\dot{u}(K)^2 + \dot{u}(L)^2} = \sqrt{0,943^2 + 0,803^2} = 1,24 \%$$

Il valore della incertezza tipo assoluta riferita alla tensione da misurare è dato da:

$$u(M) = K \cdot \frac{\dot{u}(M)}{100} \cdot L = 251 \cdot \frac{1,24}{100} \cdot 72,5 = 225 \text{ V}$$

Il passaggio alla incertezza estesa è immediato, sia per il valore relativo sia per quello assoluto. Assumendo $k=2$, si ottiene infatti:

$$\dot{U}(R) = k \cdot \dot{u}(R) = 2 \cdot 1,24\% = 2,48 \% \quad U(R) = k \cdot u(R) = 2 \cdot 225 = 450 \text{ V}$$

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

6. Misurazione di potenza con riporto in funzione della tensione

Si vuole determinare l'incertezza tipo da attribuire al risultato di una misurazione di potenza effettuata su un sistema monofase ad una generica tensione e che si desidera riferire a 230 V.

La misurazione è stata effettuata con strumentazione numerale le cui caratteristiche sono riportate nelle tabelle seguenti:

Caratteristiche del voltmetro

Tipo	numerale
Accuratezza	0,5% della lettura ; 0,5% della portata
Portata	250 V
Digits	5

Caratteristiche del wattmetro

Tipo	numerale
Accuratezza	1% della lettura ; 20 counts
Portata	10 A – 250 V
Digits	5

Si suppone il sistema lineare e che siano state effettuate due sole letture contemporanee (una di tensione ed una di potenza) ottenendo i risultati riportati nella tabella seguente:

Letture degli strumenti

Tensione	224,32 V
Potenza	1872,3 W

La temperatura di misurazione rientrava nel campo di funzionamento normale degli strumenti utilizzati, per cui le corrispondenti grandezze di influenza sono state trascurate.

Non essendo ritenuta significativa la dispersione del misurando, si è stabilito di esprimere l'incertezza attraverso la sola incertezza della strumentazione.

Il modello di misurazione cui fare riferimento risulta:

$$P = P_1 \cdot \left(\frac{V}{V_1} \right)^2$$

dove:

- P è la potenza alla tensione V ;
- P_1 è la potenza misurata alla tensione V_1 .

La miglior stima del misurando risulta quindi:

$$P = 1872,3 \cdot \left(\frac{230}{224,32} \right)^2 = 1968,3 \text{ W}$$

Si può procedere alla stima dell'incertezza da attribuire alla tensione e alla potenza misurate applicando le regole indicate nel documento principale:

$$\dot{u}(V) = 4,32 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.} \quad (0,432 \%)$$

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

$$u(V) = \dot{u}(V) \cdot V = 4,32 \cdot 10^{-3} \cdot 224,32 = 0,97 \text{ V}$$

$$\dot{u}(P) = 5,81 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.} \quad (0,58\%)$$

$$u(P) = \dot{u}(P) \cdot P = 5,81 \cdot 1872,30 \cdot 10^{-3} = 10,9 \text{ W}$$

L'incertezza composta relativa può essere valutata sulla base delle formule riportate nelle linee 4, 7 e 8 della Tabella 1:

$$\dot{u}\left(\frac{V}{V_1}\right) = \dot{u}(V) = 0,43\%$$

$$\dot{u}\left(\left(\frac{V}{V_1}\right)^2\right) = 2 \dot{u}\left(\frac{V}{V_1}\right) = 0,86\%$$

$$\dot{u}(P) = \sqrt{\dot{u}(P_1)^2 + \dot{u}\left(\left(\frac{V}{V_1}\right)^2\right)^2} = \sqrt{0,58^2 + 0,86^2} = 1,04\%$$

e quindi in valore assoluto:

$$u(P) = \frac{1,04}{100} \cdot 1968,3 = 20,4 \text{ W}$$

7. Misurazione di corrente con trasformatore di corrente

Si vuole determinare l'incertezza tipo da attribuire al risultato di una misurazione di corrente alternata sinusoidale effettuata con una sola lettura per mezzo di uno strumento numerale inserito attraverso l'interposizione di un trasformatore di corrente.

Le caratteristiche dello strumento e del trasformatore di corrente sono quelle riportate nelle tabelle seguenti:

Caratteristiche dell'amperometro

Tipo	numerale
Accuratezza	0,5% della lettura ; 0,5% della portata
Portata	0,5 A
Digits	5

Caratteristiche del TA

Tipo	magnetico
Classe	1 %
Rapporto	100 / 5 A

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

La lettura dell'amperometro è risultata pari a 0,3457 A.

Si stabilisce di esprimere solamente l'incertezza strumentale, non essendo di interesse la variabilità del misurando.

L'incertezza relativa da attribuire all'amperometro può essere valutata come indicato al punto A.1.2.:

$$\dot{u}(A) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.}$$

L'incertezza da attribuire al TA può essere valutata, nell'ipotesi che non siano disponibili diagrammi di taratura dell'apparecchio, operando in base all'indice di classe dell'apparecchio e alla relativa norma di riferimento. Si può assumere il massimo errore di rapporto nelle condizioni di misurazione (circa il 5% della corrente nominale) pari a $\eta = 1,5\%$, da cui si ricava, supposta rettangolare la densità di probabilità corrispondente, un'incertezza tipo relativa:

$$\dot{u}(C) = \frac{\eta}{100 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1,5}{100 \cdot \sqrt{3}} = 8,66 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.}$$

Il modello di misurazione per determinare l'incertezza composta è il seguente:

$$I_1 = k_{TA} \cdot I$$

dove:

- I : valore della corrente letta sull'amperometro;
- k_{TA} : rapporto nominale del TA.

L'incertezza composta relativa si ottiene come segue:

$$\dot{u}(I) = \sqrt{\dot{u}(A)^2 + \dot{u}(C)^2} = \sqrt{(5^2 + 8,66^2) \cdot 10^{-6}} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.}$$

ed in valore assoluto, riferito alla corrente da misurare (primaria del TA):

$$u(I) = \dot{u}(I) \cdot k_{TA} \cdot I = 10 \cdot 6,914 \cdot 10^{-3} = 0,06914$$

8. Misurazione di potenza monofase su circuito fortemente induttivo con trasformatore di corrente (1)

Si vuole determinare l'incertezza tipo da attribuire al risultato di una misurazione di potenza monofase a basso fattore di potenza effettuata con l'interposizione di un TA.

Si vuole in particolare mettere in evidenza l'effetto dell'errore di fase introdotto da quest'ultimo sull'incertezza sul risultato della misurazione.

La misurazione è stata effettuata con strumentazione numerale le cui caratteristiche sono riportate nelle tabelle seguenti.

Caratteristiche del wattmetro

Tipo	numerale
Accuratezza	1% della lettura ; 20 counts
Portata	5 A - 250 V
Digits	5

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

Caratteristiche dell'amperometro

Tipo	numerale
Accuratezza	0,5% della lettura ; 0,5% della scala
Portata	0,5 A
Digits	5

Caratteristiche del voltmetro

Tipo	numerale
Accuratezza	0,5% della lettura - 0,5% della scala
Portata	250 V
Digits	5

Caratteristiche del TA

Tipo	magnetico
Classe	1 %
Portata	100 / 5 A

La misurazione è stata effettuata attraverso tre letture contemporanee con i risultati riportati nel seguito:

Letture degli strumenti

Wattmetro	93,515 W
Voltmetro	224,32 V
Amperometro	4,5689 A

I valori di corrente e potenza, tenendo conto della presenza del TA, sono i seguenti:

$$I = k \cdot I_A = 20 \cdot 4,5689 = 91,37 \text{ A}$$

$$P = k \cdot W = 20 \cdot 93,615 = 1873,3 \text{ W}$$

Viene trascurata l'influenza della temperatura e la dispersione del misurando. Il modello di misurazione cui fare riferimento è il seguente:

$$P = P_m + \Delta P$$

dove:

- P è la potenza cercata;
- P_m è la potenza misurata dal wattmetro;
- ΔP è la correzione che si dovrebbe introdurre nella misurazione per tenere conto dell'errore di fase del TA.

Si ipotizza che non siano disponibili diagrammi di taratura del TA e di considerare gli effetti della mancata correzione in termini di incertezza.

La miglior stima del misurando risulta in questo caso:

$$P = 1872,3 \text{ W}$$

Si può procedere alla stima dell'incertezza delle variabili che compaiono nel modello della misurazione.

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

Incertezza di P_m

Trascurando l'errore di rapporto del TA, l'incertezza può essere valutata analogamente a quanto riportato in proposito al punto precedente:

$$\dot{u}(P_m) = 5,81 \cdot 10^{-3} \text{ p.u.} \quad (0,581\%)$$

che in valore assoluto diventa:

$$u(P_m) = \dot{u}(P_m) \cdot P_m = 5,81 \cdot 1872,3 \cdot 10^{-3} = 10,9 \text{ W}$$

Incertezza di ΔP

L'incertezza assoluta può essere valutata a partire dalla espressione:

$$\Delta P = P \cdot \text{sen } \varepsilon \cdot \text{tg} \varphi \cong P_m \cdot \text{sen } \varepsilon \cdot \text{tg} \varphi$$

essendo:

- $100 \text{sen} \varepsilon$: l'errore massimo di fase ricavato in base alla classe del TA e alla norma corrispondente, che nel caso in oggetto è pari a 1,8 centiradiani;
- $\text{tg} \varphi$: la tangente dell'angolo di fase che può essere calcolato con sufficiente accuratezza in base alle letture degli strumenti e che risulta pari a:

$$\text{tg} \varphi = \text{tg} \text{ arc. cos} \frac{P}{V \cdot I} = \text{tg} \text{ arc. cos} \frac{1872,3}{224,32 \cdot 91,37} = 10,9$$

Supposta rettangolare la distribuzione di probabilità corrispondente all'errore di fase del TA di cui sopra, si può ricavare l'incertezza tipo associata:

$$u(100 \text{sen} \varepsilon) = \frac{100 \text{sen} \varepsilon}{\sqrt{3}} = \frac{1,8}{\sqrt{3}} = 1,039 \text{ centiradiani}$$

Trascurando l'incertezza attribuibile a $\text{tg} \varphi$, sulla base delle linee 4 e 6 della Tabella 2, l'incertezza assoluta di ΔP risulta:

$$u(\Delta P) = \text{tg} \varphi \cdot \sqrt{(\text{sen} \varepsilon)^2 \cdot u(P_m)^2 + P_m^2 \cdot u(\text{sen} \varepsilon)^2} = 10,9 \cdot 10^{-2} \sqrt{(1,8)^2 \cdot 10,9^2 + 1872,3^2 \cdot 1,039^2} = 212 \text{ W}$$

Incertezza composta

In base al modello di misurazione ed ai valori sopra indicati, si può ottenere l'incertezza composta assoluta che risulta:

$$u(P) = \sqrt{u(P_m)^2 + u(\Delta P)^2} = \sqrt{10,9^2 + 212^2} = 212 \text{ W}$$

In valore relativo si ha:

$$\dot{u}(P) = \frac{u(P)}{P} = \frac{212}{1872,3} \cdot 100 = 11,3\%$$

Si osserva che a causa dell'errore di fase del TA l'incertezza calcolata risulta molto elevata per cui la misurazione deve considerarsi di scarsa qualità.

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

9. Misurazione di potenza su circuito fortemente induttivo con trasformatore di corrente (2)

Riprendendo l'esercizio precedente, si ipotizza ora di disporre dei diagrammi di taratura del TA, supponendo che nelle condizioni di misurazione, l'errore d'angolo del TA sia pari a + 0,20 centiradiani, con incertezza tipo pari a 0,05 centiradiani.

Si possono perciò utilizzare tutti i passaggi dell'esempio precedente fino alla valutazione dell'incertezza di ΔP per la quale si procede come segue.

Incetezza di ΔP

L'incertezza viene ancora valutata a partire dall'espressione:

$$\Delta P = P \cdot \sin \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \varphi \cong P_m \cdot \sin \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

ma assumendo l'errore di fase noto e pari a + 0,2 centiradiani con incertezza tipo pari a 0,05 centiradiani.

Trascurando ancora l'incertezza attribuibile a $\operatorname{tg} \varphi$, sulla base delle linee 4 e 6 della Tabella 2, l'incertezza assoluta di ΔP risulta in questo caso:

$$u(\Delta P) = \operatorname{tg} \varphi \cdot \sqrt{(\sin \varepsilon)^2 \cdot u(P_m)^2 + P_m^2 \cdot u(\sin \varepsilon)^2} = 10,9 \cdot 10^{-2} \sqrt{(0,2)^2 \cdot 10,9^2 + 1872,3^2 \cdot 0,05^2} = 10,2 W$$

Incetezza composta

Si procede quindi come indicato nell'esempio precedente utilizzando però i nuovi valori disponibili.

L'incertezza composta assoluta della misurazione risulta in questo caso:

$$u(P) = \sqrt{u(P_m)^2 + u(\Delta P)^2} = \sqrt{10,9^2 + 10,2^2} = 14,9 W$$

ed in valore relativo:

$$\dot{u}(P) = \frac{u(P)}{P} = \frac{14,9}{1872,3} = 0,0079 \text{ p.u. } (0,79 \%)$$

Se si confrontano i risultati ottenuti da questa elaborazione con quelli dell'esercizio precedente, si notano immediatamente i vantaggi ottenibili in termini di incertezza quando siano noti i diagrammi di errore del TA.

In quest'ultimo caso l'incertezza composta trovata è modesta, tanto che sarebbe corretto prendere in conto anche gli altri contributi d'incertezza (errore di rapporto del TA, incertezza del wattmetro, ecc.).

Si tenga anche presente che la conoscenza dei diagrammi di errore permette di effettuare la correzione degli effetti sistematici che si manifestano.

Nel caso in oggetto la miglior stima della potenza è data da:

$$P = P_m \cdot (1 - \sin \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \varepsilon) = 1872,3 \cdot (1 - 0,002 \cdot 10,9) = 1831,5 W$$

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

10. Misurazione di campo elettrico irradiato a frequenze tra 30 MHz e 200 MHz

Si desidera valutare l'incertezza che grava sulla misurazione del campo elettrico di disturbo prodotto da un apparato nella gamma di frequenza tra 30 MHz e 200 MHz, quando si utilizzi la disposizione di prova descritta dalla Norma EN 55022. Il sito di prova è all'aperto con piano di massa. Un'antenna ricevente biconica è posta ad una distanza di 3 m dall'apparato ed è collegata al ricevitore (voltmetro selettivo) per mezzo di un cavo coassiale. Si fa riferimento al caso di polarizzazione verticale del campo (condizione più critica).

Nella tabella che segue sono riportati i contributi d'incertezza da prendere in considerazione che si riferiscono al comportamento dell'antenna, del ricevitore, del cavo coassiale e del sito di prova.

Componenti e contributi	Distribuzione di probabilità	Incetezza (dB)
<u>Antenna</u>		
- fattore d'antenna (k_a)	Normale ($k=2$)	$\pm 1,0$
- variabilità di k_a con l'altezza	Rettangolare	$\pm 2,0$
- interpolazione in frequenza di k_a	Rettangolare	$\pm 0,25$
- direttività dell'antenna	Rettangolare	0,5 solo positivo
<u>Cavo coassiale</u>		
- attenuazione	Normale ($k=2$)	$\pm 0,5$
<u>Ricevitore</u>		
- incertezza strumentale	Rettangolare	$\pm 1,5$
<u>Sito di prova</u>		
- imperfezioni del sito	Rettangolare	$\pm 2,0$
- variazione della distanza di misurazione	Rettangolare	$\pm 0,5$
<u>Disadattamenti</u>	ad U	+1,1 -1,25
<u>Ripetibilità del sistema ($s(q_k)$)</u>	Scarto tipo	$\pm 0,5$

Poiché nel settore della compatibilità elettromagnetica si utilizzano in prevalenza unità di misurazione logaritmiche, è opportuno esprimere anche le incertezze con tali unità.

Si evidenzia il fatto che esistono incertezze delle grandezze d'ingresso con distribuzione di probabilità normale, rettangolare e ad U.

Sui criteri con i quali possono essere individuati i vari contributi indicati nella tabella, si forniscono le seguenti indicazioni:

- l'antenna (k_a), il cavo coassiale e il ricevitore devono essere sottoposti a verifica di taratura periodica per cui si devono utilizzare i valori d'incertezza riportati nel certificato relativo per la riferibilità a campioni nazionali;
- la variabilità di k_a con l'altezza rispetto al piano di massa è un parametro critico che per le antenne biconiche è mediamente intorno a 2 dB, ma che può raggiungere anche 6 dB. Il certificato di taratura può contenere indicazioni in proposito, altrimenti si deve ricorrere a serie di misurazioni ripetute sul sito di prova da effettuare una volta per tutte;
- l'interpolazione in frequenza di k_a è gravata da incertezza che dipende dalla numerosità dei valori di frequenza ai quali è stata effettuata la taratura. Il contributo ha peso modesto per cui può essere stimato grossolanamente o addirittura trascurato;

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

- la direttività dell'antenna non è normalmente considerata nel valore di k_a , la corrispondente incertezza presenta distribuzione non simmetrica con solo contributo positivo. Tale contributo deve essere stimato attraverso serie di misurazioni ripetute sul sito di prova che possono essere effettuate una volta per tutte;
- la variazione della distanza di misurazione può essere limitata con accurato posizionamento nel sito di prova. Gli effetti, che possono essere stimati sperimentalmente, sono in generale modesti;
- le imperfezioni del sito di misurazione (presenza di corpi riflettenti, imperfezioni del piano di massa, ecc.) possono essere tenute in conto valutandone gli effetti per via sperimentale attraverso la verifica dell'attenuazione del sito normalizzata. Si osserva che si tratta di uno dei contributi con maggior peso nella valutazione dell'incertezza composta;
- i disadattamenti del ricevitore e dell'antenna devono essere valutati in modo accurato per via sperimentale nel sito di prova. Anche questo contributo ha peso notevole sulla stima dell'incertezza composta;
- la ripetibilità delle misurazioni può essere tenuta in conto in vari modi, ma quello più semplice consiste nell'effettuare misurazioni ripetute (una decina) in occasione della prova o considerando validi rilievi effettuati in precedenza.

Incetezza composta

Il calcolo dell'incertezza composta si effettua con le solite regole e precisamente:

- si determinano le incertezze tipo di ciascun contributo tenendo conto delle caratteristiche della distribuzione;
- si calcola la radice quadrata della somma dei quadrati delle singole incertezze tipo.

Si tenga presente che a causa delle dissimmetrie di alcune distribuzioni, i calcoli devono essere effettuati due volte (per valori positivi e negativi).

Nel caso specifico, per il valore positivo e utilizzando ordinatamente i dati riportati in tabella si ottiene:

$$u(y) = \sqrt{\left(\frac{1,0}{2}\right)^2 + \left(\frac{2^2 + 0,25^2 + 0,5^2}{3}\right) + \left(\frac{0,5}{2}\right)^2 + \left(\frac{1,5^2 + 2^2 + 0,5^2 + 0,5^2}{3}\right) + \frac{1,1^2}{2} + 0,5^2} = 2,17 \text{ dB}$$

In modo analogo si procede per il valore negativo.

Incetezza estesa

Nelle misurazioni di compatibilità elettromagnetica si usa normalmente il fattore di copertura $k=2$ per cui per il valore positivo si ottiene immediatamente:

$$U(y) = k \cdot u(y) = 2 \cdot 2,17 = 4,34 \text{ dB}$$

11. La temperatura come grandezza di influenza

Si consideri il caso di un condensatore che fa parte di un divisore di tensione da utilizzare per la misura di tensioni alternate elevate per il quale si hanno a disposizione i seguenti dati di verifica della taratura:

- capacità del condensatore a $\theta_0 = 23 \text{ }^\circ\text{C}$: $C_0 = 1250 \text{ pF}$
- incertezza tipo estesa con fattore di copertura $k = 1$ $\dot{u}(C) = 0,1\%$
- coefficiente di temperatura lineare del condensatore: $\dot{\alpha} = 0,05 \text{ } \%/^\circ\text{C}$

Si suppone che nell'incertezza siano compresi i contributi attribuibili allo stesso condensatore e alla strumentazione.

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

Il condensatore viene usato per una misurazione effettuata a $\Theta_1 = 28^\circ\text{C}$ (incertezza tipo sul valore di temperatura con fattore di copertura $k=1$ pari a $u(\Theta) = 0,5^\circ\text{C}$).

Si desidera stimare l'incertezza da tenere in conto per le successive valutazioni dell'incertezza composta della misurazione.

Si può operare in diversi modi a seconda del peso che la variazione di temperatura può avere sul valore di capacità e successivamente sulla determinazione dell'incertezza:

- applicare il procedimento completo riportando il valore della capacità alla temperatura di prova (correzione degli effetti sistematici) e tenendo conto dell'incertezza con la quale è nota la temperatura di prova;
- applicare un procedimento semplificato, riportando ancora il valore di capacità alla temperatura di prova ma non tenendo conto dell'incertezza della temperatura;
- applicare un'ulteriore semplificazione aumentando l'incertezza da attribuire al valore della capacità senza correggere il valore di quest'ultima, purché la misurazione venga svolta in un campo di temperatura ben definito.

In casi come questo, conviene effettuare una prima volta la stima con il procedimento completo, valutando poi in base ai risultati ottenuti il modo di procedere più conveniente per le misurazioni da effettuare successivamente.

Procedimento completo

Il modello di misurazione da assumere è il seguente:

$$C_1 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{100} \cdot (\Theta_1 - \Theta_0) \right) = C_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (\Theta_1 - \Theta_0))$$

Si determina la differenza tra le temperature di misura e di verifica della taratura, supponendo nulla l'incertezza di α :

$$\Theta_1 - \Theta_0 = 28 - 23 = 5 \text{ K}$$

Si corregge il valore della capacità per gli effetti sistematici:

$$C_1 = C_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (\Theta_1 - \Theta_0)) = 1250 \cdot \left(1 + \frac{0,05}{100} \cdot (28 - 23) \right) = 1253,1 \text{ pF}$$

Come si può rilevare, nel caso considerato la correzione è di $\Delta C = +3,1 \text{ pF}$.

Il successivo passo consiste nel determinare l'incertezza tipo assoluta sul valore della capacità dovuta all'incertezza sulla stima della temperatura $u(\alpha \cdot \Delta\Theta)$:

$$u(\alpha\Delta\Theta) = \frac{0,05}{100} \cdot 0,5 = 0,25 \times 10^{-3} \text{ K}$$

Il valore assoluto dell'incertezza tipo strumentale sul valore di capacità è:

$$u(C_1) = \frac{\dot{u}(C_1)}{100} \cdot C_1 = \frac{0,10}{100} \cdot 1250 = 1,25 \text{ pF}$$

Si può quindi stimare l'incertezza composta che, in valore assoluto, risulta:

$$u(C_1) = \sqrt{u(C_0)^2 + u(\alpha \cdot \Delta\Theta)^2} = \sqrt{1,25^2 + (0,25 \times 10^{-3})^2} = 1,25 \text{ pF}$$

DT-0002/1 * INCERTEZZA NELLE MISURAZIONI ELETTRICHE

La stessa incertezza in valore relativo è data da:

$$\dot{u}(C_1) = \frac{u(C_1)}{C_1} \cdot 100 = \frac{1,25}{1250} \cdot 100 = 0,10 \%$$

Come si può notare l'influenza della temperatura sulla stima dell'incertezza è trascurabile. Dello stesso ordine di grandezza dell'incertezza dovuta alla strumentazione è invece la correzione per gli effetti sistematici.

Stima con una prima approssimazione

Visti i calcoli sopra riportati, appare evidente la possibilità di trascurare gli effetti della temperatura sulla incertezza con cui si stima C_1 , mentre si deve tenere in conto la correzione per gli effetti sistematici.

La stima della capacità è quindi di 1253,1 pF, mentre per le incertezze tipo assoluta e relativa si assumono 1,25 pF e lo 0,10 %, rispettivamente.

Stima con un'ulteriore approssimazione

Con un'ulteriore approssimazione, si possono inglobare nell'incertezza strumentale anche gli effetti della temperatura sul valore della capacità.

Ad esempio, tenendo conto dei valori calcolati sopra, si può assumere come miglior stima della capacità del condensatore quella fornita dal certificato della verifica della taratura che è pari a 1250 pF, aumentando però l'incertezza fornita dallo stesso certificato.

Il criterio da seguire può essere quello per cui se le misurazioni sono normalmente effettuate nel campo di temperatura tra 18 e 28 °C (corrispondente a ± 5 °C rispetto alla temperatura della verifica di taratura) non si effettuano correzioni per gli effetti sistematici.

L'incertezza tipo assoluta da attribuire alla temperatura viene determinata con la relazione:

$$u(\Delta C) = \frac{\Delta C}{\sqrt{3}} = \frac{3,1}{\sqrt{3}} = 1,79 \text{ pF}$$

L'incertezza tipo assoluta da attribuire al valore stimato della capacità viene aumentata applicando la seguente regola:

$$u(C_m) = \sqrt{u(C_0)^2 + u(\Delta C)^2} = \sqrt{1,25^2 + 1,79^2} = 2,2 \text{ pF}$$

In valore relativo si ha quindi:

$$\dot{u}(C_m) = \frac{u(C_m)}{C_0} \cdot 100 = \frac{2,2}{1250} \cdot 100 = 0,18 \%$$

Come si vede l'incertezza risulta quasi il doppio di quella certificata dalla verifica della taratura.

Qualora l'intervallo di temperatura di impiego non fosse centrato sulla temperatura di verifica della temperatura, il calcolo della incertezza tipo attribuibile allo stesso può ancora essere svolto con le regole date dalla Guida UNI CEI 9.