ESEMPIO APPLICATIVO PER MISURAZIONI SU MATERIALI STRUTTURALI

INDICE

Determinazione della resistenza a compressione di un conglomerato cementizio attraverso prove di schiacciamento di provini cubici

1. Misurando

Nelle applicazioni strutturali, il conglomerato cementizio viene caratterizzato attraverso la resistenza caratteristica a compressione. La resistenza caratteristica a compressione è definita come la resistenza a compressione al disotto della quale si può attendere di trovare il 5% della popolazione di tutte le misure di resistenza. Tali misure vengono ricavate da prove di schiacciamento eseguite a 28 giorni dal getto su provini cubici o cilindrici appropriatamente preparati e confezionati.
Il misurando consiste quindi nella resistenza a compressione f_c di un conglomerato cementizio.
Nell'esempio illustrato, il misurando viene ricavato attraverso prove di compressione di tipo distruttivo, eseguite in una pressa sottoponendo ad una forza crescente provini cubici di 160 mm di lato, in condizioni di temperatura ed umidità controllate.
Il misurando viene definito dal rapporto:

$$f_c = \frac{F}{A} \qquad (1)$$

dove F è il valore massimo della forza di compressione trasmessa dalla pressa ed A è l'area della sezione di base del provino cubico.

2. Modello della misurazione

I principali fattori di influenza che caratterizzano il modello della misurazione sono i seguenti:

- per la geometria del provino:
  - le dimensioni;
  - la planarità delle superfici;
  - gli angoli tra le facce.
- per le condizioni di confezionamento e conservazione:
  - le condizioni di stagionatura (essenzialmente legate a temperatura ed umidità relativa).
- per le modalità di esecuzione della prova:
  - la velocità di applicazione del carico
  - le condizioni di temperatura ed umidità relativa;
  - la correzione da applicare alla lettura della forza trasmessa dalla pressa idraulica (legata alle modalità di taratura della presa).

Nel seguito non si terrà conto esplicitamente delle incertezze legate alla non planarità delle superfici del provino ed agli angoli tra le facce dello stesso.
Dalla (1), tenendo conto dei fattori di influenza, si deriva il seguente modello della misurazione:

$$f_c = \frac{F + \Delta F' + \Delta F'' + \Delta F'''}{A} \tag{2}$$

dove:

- F è il valore della forza massima trasmessa dalla pressa, al quale si fa corrispondere il carico di rottura del provino;
- ΔF' è la correzione determinata dalla taratura della pressa;
- ΔF'' è la correzione determinata dalla velocità di applicazione del carico;
- ΔF''' è la correzione determinata dalle condizioni di stagionatura;
- A è l'area di base del provino, definita dalla relazione:

$$A = (l_1 + \Delta l_1) \cdot (l_2 + \Delta l_2) \tag{3}$$

nella quale l_1 ed l_2 sono le dimensioni dei lati e Δl_1 e Δl_2 le correzioni determinate dalla incertezza delle relative misurazioni.
Nei calcoli seguenti i due termini a numeratore e denominatore della (1) si considerano statisticamente indipendenti.
L'incertezza composta assoluta si ricava tramite la seguente espressione:

$$\begin{aligned}\left[u_c(f_c)\right]^2 = \frac{1}{A^2}\left[\left[u(F)\right]^2 + \left[u(\Delta F')\right]^2 + \left[u(\Delta F'')\right]^2 + \left[u(\Delta F''')\right]^2\right] + \\ + \frac{1}{A^4}\left(F + \Delta F' + \Delta F'' + \Delta F'''\right)^2\left[u(A)\right]^2\end{aligned} \tag{4}$$

3. Determinazione della miglior stima di F e della relativa incertezza

La dispersione del misurando viene stimata eseguendo una serie di misurazioni ripetute. Nel presente esempio, si assume di avere eseguito 10 prove di resistenza a compressione, con i risultati riportati in tabella 1.
L'elaborazione dei valori di tabella 1 fornisce i seguenti risultati:

- media: $\overline{F} = \frac{1}{n}\sum F_i = 920{,}9\ \text{kN}$

- scarto tipo (incertezza tipo della misurazione):

$$s = u(F_i) = \sqrt{\frac{\sum (F_i - \overline{F})^2}{n-1}} = 165{,}2\ \text{kN}$$

Tabella 1 – *Valori di forza massima rilevati nelle prove di resistenza a compressione.*

N° della prova	F_i(kN)
1	1099,8
2	925,6
3	1094,6
4	769,6
5	910,0
6	665,6
7	1177,8
8	899,6
9	751,4
10	915,2

- scarto sperimentale assoluto della media (incertezza tipo della media):

$$u(\bar{F}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = 52{,}2 \text{ kN}$$

ovvero, in valore percentuale: $u^* = 5{,}67\%$

- numero dei gradi di libertà: $\nu=9$

3.1. Determinazione del valore di ΔF’ e della relativa incertezza

Si assume che la correzione da apportare alla lettura del valore di *F* abbia media nulla. Si indica con a il massimo scostamento, in valore assoluto, dal valore reale, e si assume per l’incertezza associata alla misurazione una distribuzione rettangolare. Il valore dell’incertezza tipo si ricava dall’espressione:

$$u(\Delta F') = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Per a = 1 kN, si ottiene:

$$u(\Delta F') = 577 \text{ N}$$

3.2. Determinazione dei valori di ΔF’’, ΔF’’’ e delle relative incertezze

I valori medi delle correzioni ΔF’’ e ΔF’’’ sono assunti entrambi nulli. Poiché è difficile quantificare con accuratezza gli effetti della velocità di applicazione del carico e delle condizioni di stagionatura sulla resistenza a compressione di un conglomerato cementizio, si assume per semplicità che i valori delle incertezze $u(\Delta F''), u(\Delta F''')$ siano pari rispettivamente al 2% ed all’1,5% del valore medio di *F*. Di conseguenza, si ottiene:

$$u(\Delta F'') = 18{,}4 \text{ kN}$$

$$u(\Delta F''') = 13{,}8 \text{ kN}$$

4. Determinazione dell'area del provino A e della relativa incertezza

L'area del provino è definita dalla (3):

$$A = (l_1 + \Delta l_1) \cdot (l_2 + \Delta l_2)$$

L'incertezza tipo assoluta è quindi fornita dalla:

$$u(A) = \sqrt{(l_2 + \Delta l_2)^2\left(\left[u(l_1)\right]^2 + \left[u(\Delta l_1)\right]^2\right) + (l_1 + \Delta l_1)^2\left(\left[u(l_2)\right]^2 + \left[u(\Delta l_2)\right]^2\right)}$$

Tabella 2 – *Risultati delle misure dei lati della sezione dei provini.*

n	l (mm)
1	162,2
2	160,3
3	154,9
4	160,6
5	158,7
6	159,4
7	159,6
8	162,3
9	161,3
10	159,9
11	158,7
12	160,3
13	161,4
14	160,2
15	158,8
16	159,9
17	158,9
18	159,9
19	160,3
20	158,9

n	l (mm)
1	164,5
2	159,8
3	157,8
4	159,9
5	157,9
6	160,5
7	166,6
8	162,1
9	159,8
10	158,9
11	158,9
12	160,3
13	161,6
14	160,4
15	159,8
16	160,9
17	166,1
18	159,7
19	160,3
20	159,5

Per la determinazione dell'area di base dei provini cubici sono state effettuate 2 misure per lato per provino; i valori delle lunghezze sono riportati in tabella 2.
I risultati delle elaborazioni relative sono i seguenti:

- media	l_1=15,98 cm	l_2=16,08 cm
- incertezza tipo	$u(l_1)$=0,158 cm	$u(l_2)$=0,240 cm
- incertezza della media	$u(\bar{l}_1) = 0,353$ mm	$u(\bar{l}_2) = 0,537$ mm
- gradi di libertà	ν_1=19	ν_2=19

Le correzioni da apportare alle letture Δl_1, Δl_2 sono assunte a media nulla. Le relative incertezze tipo ($u(\Delta l_1)$, $u(\Delta l_2)$) sono poste entrambe pari a 0,05 mm.
Di conseguenza si ottiene:

$$A = (l_1 + \Delta l_1) \cdot (l_2 + \Delta l_2) = 25690\ \text{mm}^2$$

$$u(A) = \sqrt{(l_2 + \Delta l_2)^2 \left([u(l_1)]^2 + [u(\Delta l_1)]^2 \right) + (l_1 + \Delta l_1)^2 \left([u(l_2)]^2 + [u(\Delta l_2)]^2 \right)} = 103\ \text{mm}^2$$

5. Miglior stima del misurando e calcolo dell'incertezza composta

Impiegando i valori ottenuti in precedenza, si ottiene:

$$\mathrm{f_c} = \frac{\mathrm{F + \Delta F' + \Delta F'' + \Delta F'''}}{\mathrm{A}} = 35{,}84\ \mathrm{N/mm^2}$$

Per il calcolo dell'incertezza composta si applica la relazione:

$$[u_c(f_c)]^2 = \frac{1}{A^2}\left[[u(F)]^2 + [u(\Delta F')]^2 + [u(\Delta F'')]^2 + [u(\Delta F''')]^2 \right] +$$
$$+ \frac{1}{A^4}(F + \Delta F' + \Delta F'' + \Delta F''')^2 [u(A)]^2 = 4{,}95\ \mathrm{N^2/mm^2}$$

Si ottiene pertanto:

$$\mathrm{u_c(f_c) = 2{,}22\ N/mm^2}$$

ovvero in percentuale:

$$\dot{\mathrm{u}}_{\mathrm{c}}(\mathrm{f_c}) = 6{,}2\%$$

6. Calcolo dell'incertezza estesa

Il calcolo dell'incertezza estesa presenta notevoli difficoltà perché il misurando è affetto da incertezze sia di tipo A che di tipo B. Inoltre, queste ultime intervengono nei calcoli attraverso stime approssimate.
La relazione impiegata è la seguente:

$$\nu_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum \left\{ \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right) \cdot u(x_i) \right]^4 \cdot \frac{1}{\nu_i} \right\}} =$$

$$= \frac{[u_c(f_c)]^4}{\left[\left(\frac{1}{A} \right) \cdot u(F) \right]^4 \cdot \frac{1}{\nu_F} + \left[\left(-\frac{F}{l_1^2 l_2} \right) \cdot u(l_1) \right]^4 \cdot \frac{1}{\nu_{l1}} + \left[\left(-\frac{F}{l_1 l_2^2} \right) \cdot u(l_2) \right]^4 \cdot \frac{1}{\nu_{l_2}}}$$

Risulta quindi:

$$\nu_{eff} = \frac{2{,}22^4}{\left[\frac{52230}{25690}\right]^4 \frac{1}{9} + \left[\left(-\frac{920900}{159{,}8^2 \cdot 160{,}8}\right)\cdot 0{,}354\right]^4 \cdot \frac{1}{19} + \left[\left(-\frac{920900}{159{,}8 \cdot 160{,}8^2}\right)\cdot 0{,}537\right]^4 \cdot \frac{1}{19}} =$$
$$= 12{,}85$$

Si assume un fattore di copertura k = 2,18 (dalla tabella della distribuzione t di Student. Essendo:

$$U(f_c) = k \cdot u(f_c) = 2{,}18 \text{ x } 2{,}22 = 4{,}84 \text{ N/mm}^2$$

si ottiene infine la resistenza caratteristica a compressione:

$$f_c = 35{,}8 \pm 4{,}8 \text{ N/mm}^2$$

che risulta espressa con un livello di fiducia del 95%.